Génie mécanique

Cours No 11.2
Propriétés thermiques

V.Michaud

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

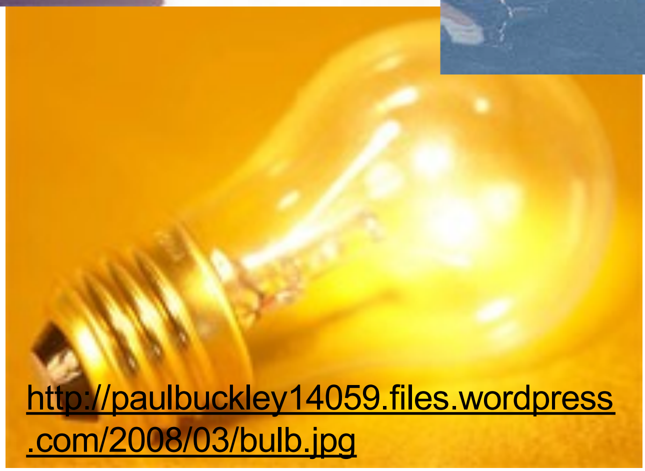
Table des matières

Objectifs du cours

- Comprendre ce qui se passe, au niveau des matériaux quand on change la température:
  - La dilatation thermique dans les solides, et les effets mécaniques que cela engendre
  - Revoir les concepts de chaleur spécifique, chaleur latente et découvrir la conductivité thermique.
  - Comment la chaleur diffuse dans les matériaux, ce qui permet de gérer les échanges de chaleur (isolation, chauffage plus ou moins rapide, etc..) et de choisir les matériaux en conséquence.

Introduction

Presque tous les matériaux sont exposés à des **variations de température**, plus ou moins importantes, voire extrêmes.



Introduction

L'effet de la température sur les matériaux peut être une source de problèmes graves et d'accidents.

https://www.dailymotion.com/video/x5n2lsp

Explosion de la navette Columbia (1.2.2003) lors de sa rentrée dans l'atmosphère, à cause de son bouclier thermique endommagé au décollage.

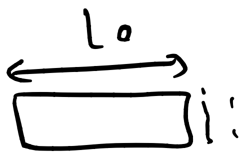
Explosion de la navette Challenger au décollage (28.1.1986) due à un O-Ring défectueux et des basses températures.

La température modifie les dimensions, les propriétés mécaniques et physiques des matériaux.

Dilatation thermique

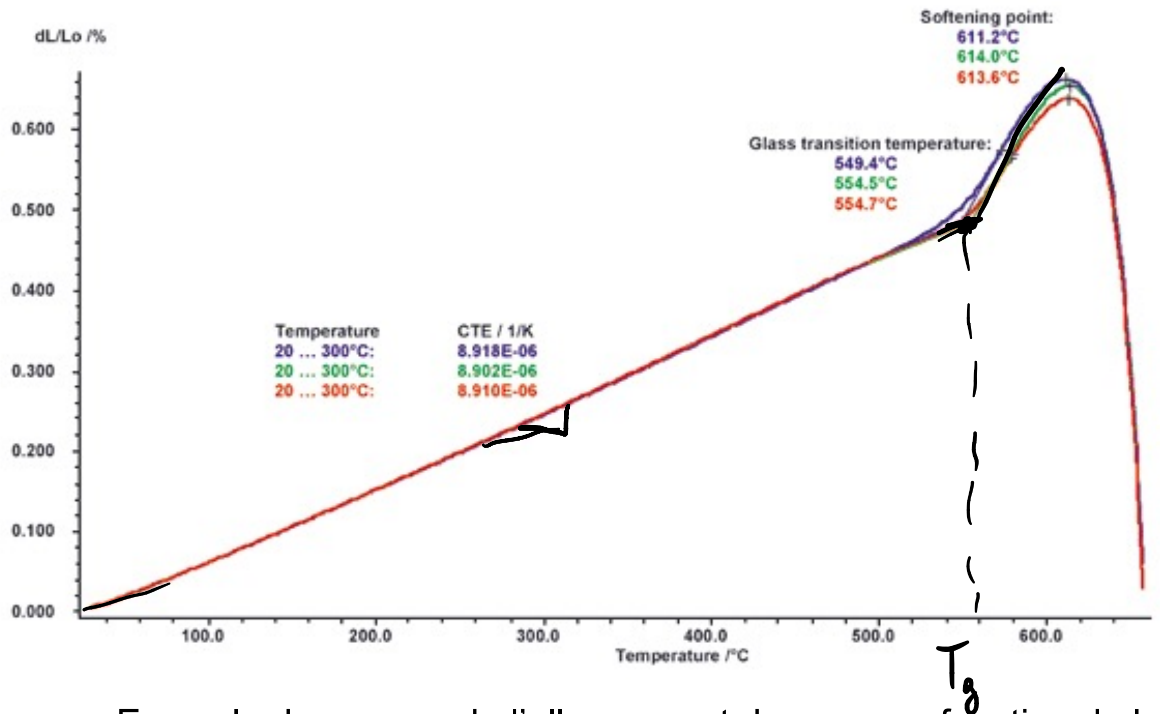
Sous l'effet d'une augmentation de la température, presque tous les matériaux se **dilatent**.

Le **coefficient d'expansion thermique linéaire α** est défini comme:



$$\frac{dL}{L_0} = \alpha \, \Delta T$$

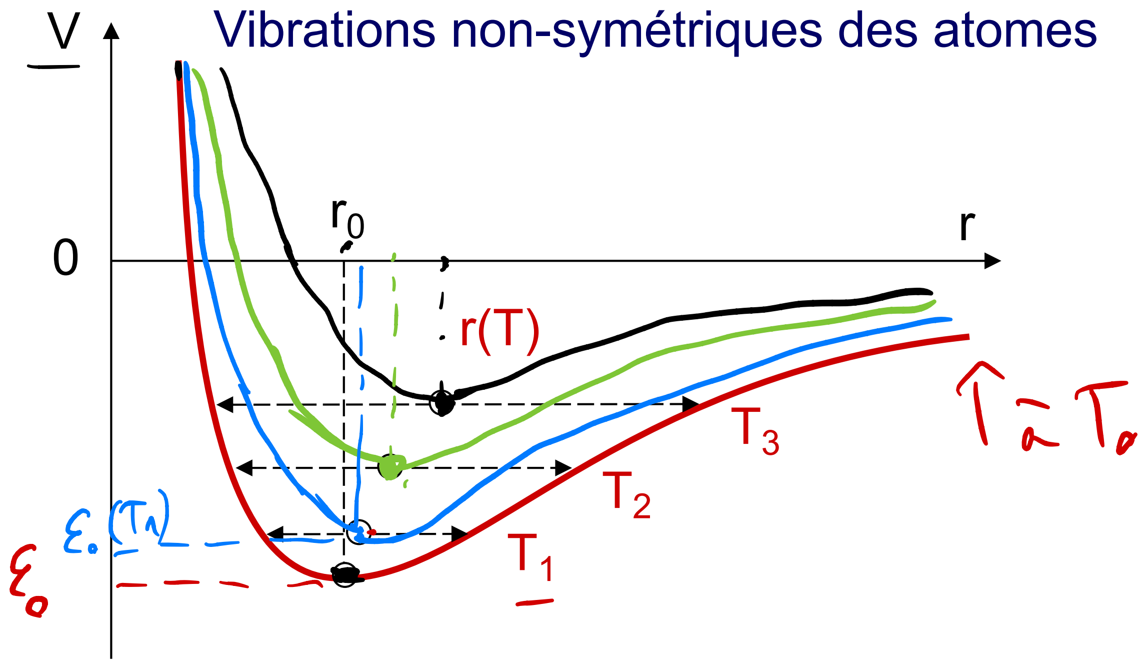
coeff expansion th. ds 1 direction

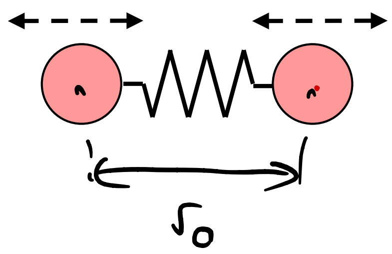


Exemple de mesure de l'allongement du verre en function de la temperature /Netzsch)

Dilatation thermique

Ce phénomène est dû à **l'asymétrie** (anharmonicité) du potentiel d'interaction entre atomes.





r(T) ↗

agitation thermique

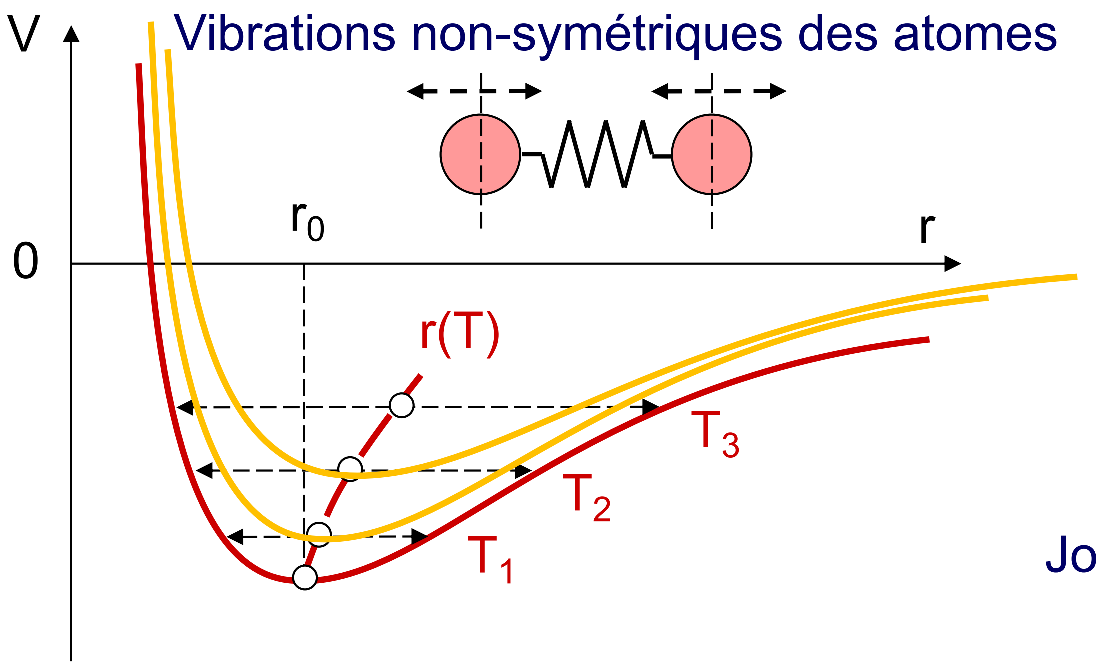
Dilatation thermique

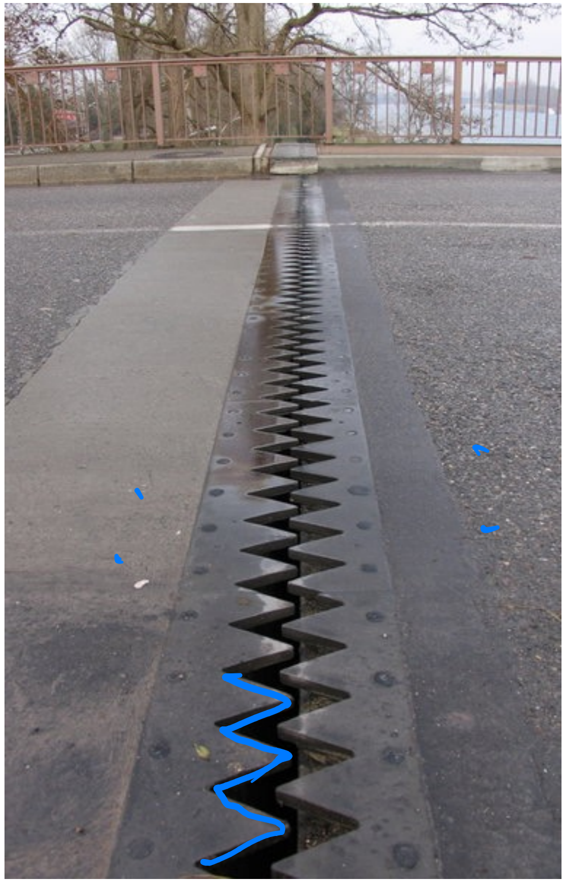
Sous l'effet d'une augmentation de la température, presque tous les matériaux se **dilatent**. Ce phénomène est dû à **l'asymétrie** du potentiel d'interaction entre atomes.

Le **coefficient d'expansion thermique linéaire α** est défini comme:

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{L}\frac{dL}{dT}}$$

En K^{-1}

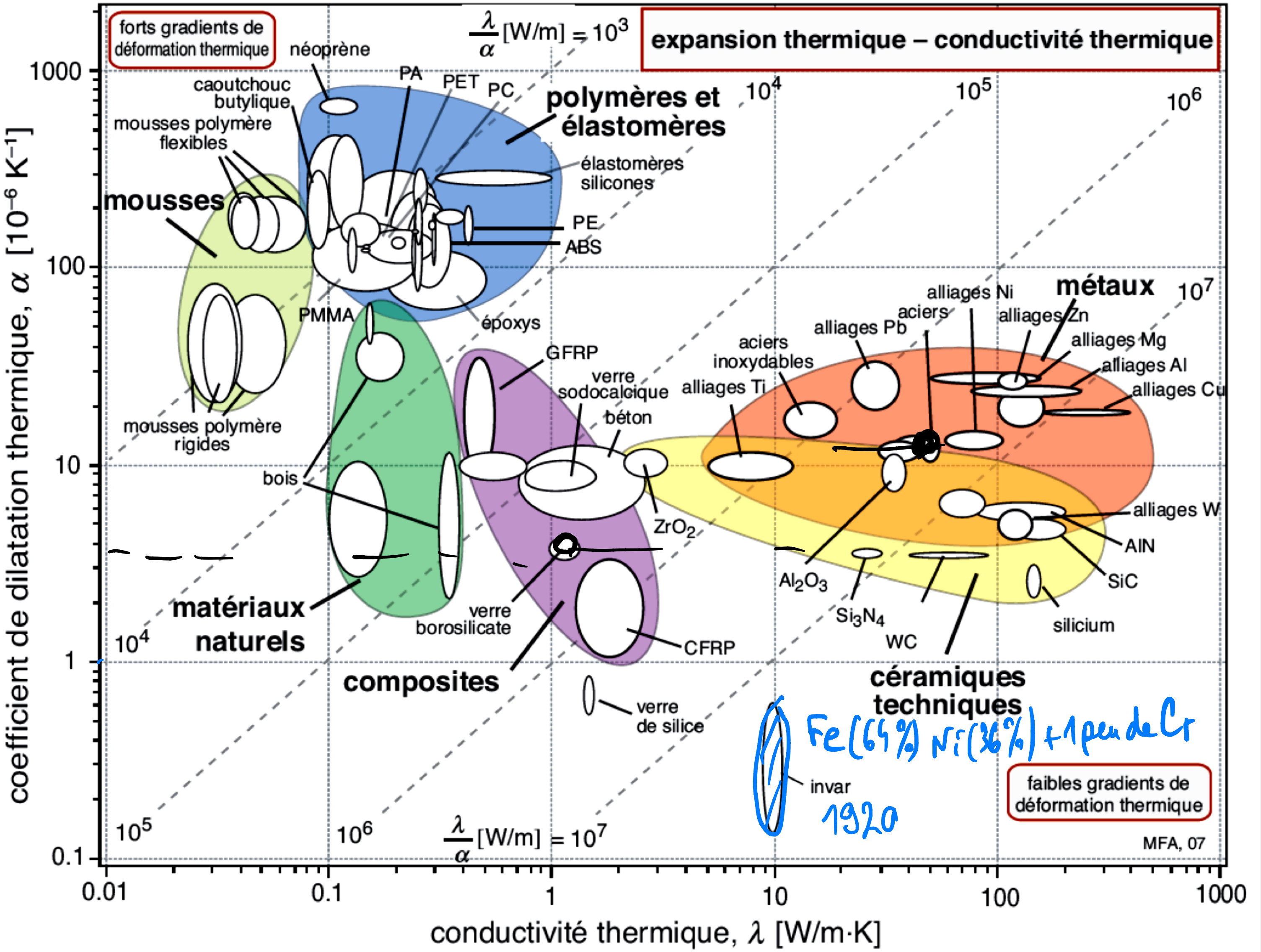




Joint de dilatation thermique d'un pont

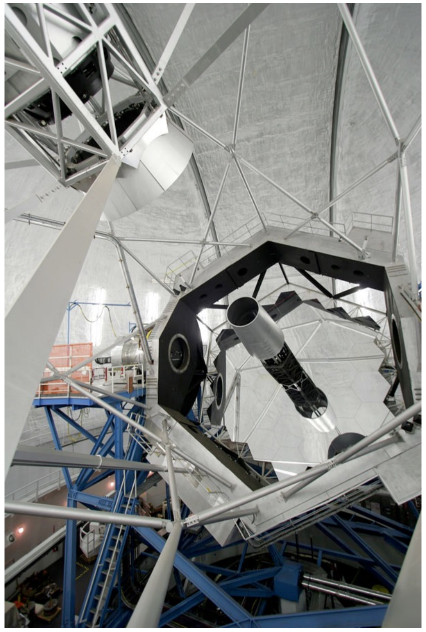
Dilatation thermique

Le coefficient de dilatation thermique est une donnée du matériau.



souvent en $10^{-6}\,K^{-1}$
1 µm par m par °C

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{L}\frac{dL}{dT}} \quad /K$$



Cours No 11.2

Dilatation thermique

Pour un matériau anisotrope, tel qu'un monocristal, la dilatation n'est pas la même dans toutes les directions. Pour un matériau isotrope (e.g. poly-cristallin), le **coefficient d'expansion volumique β** est donné par:

$$\beta = \frac{1}{V}\frac{dV}{dT} = 3\alpha \qquad \text{En } K^{-1}$$

Puisque le volume augmente avec T (pour la plupart des matériaux), la densité diminue:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = -\frac{\Delta V}{V}$$

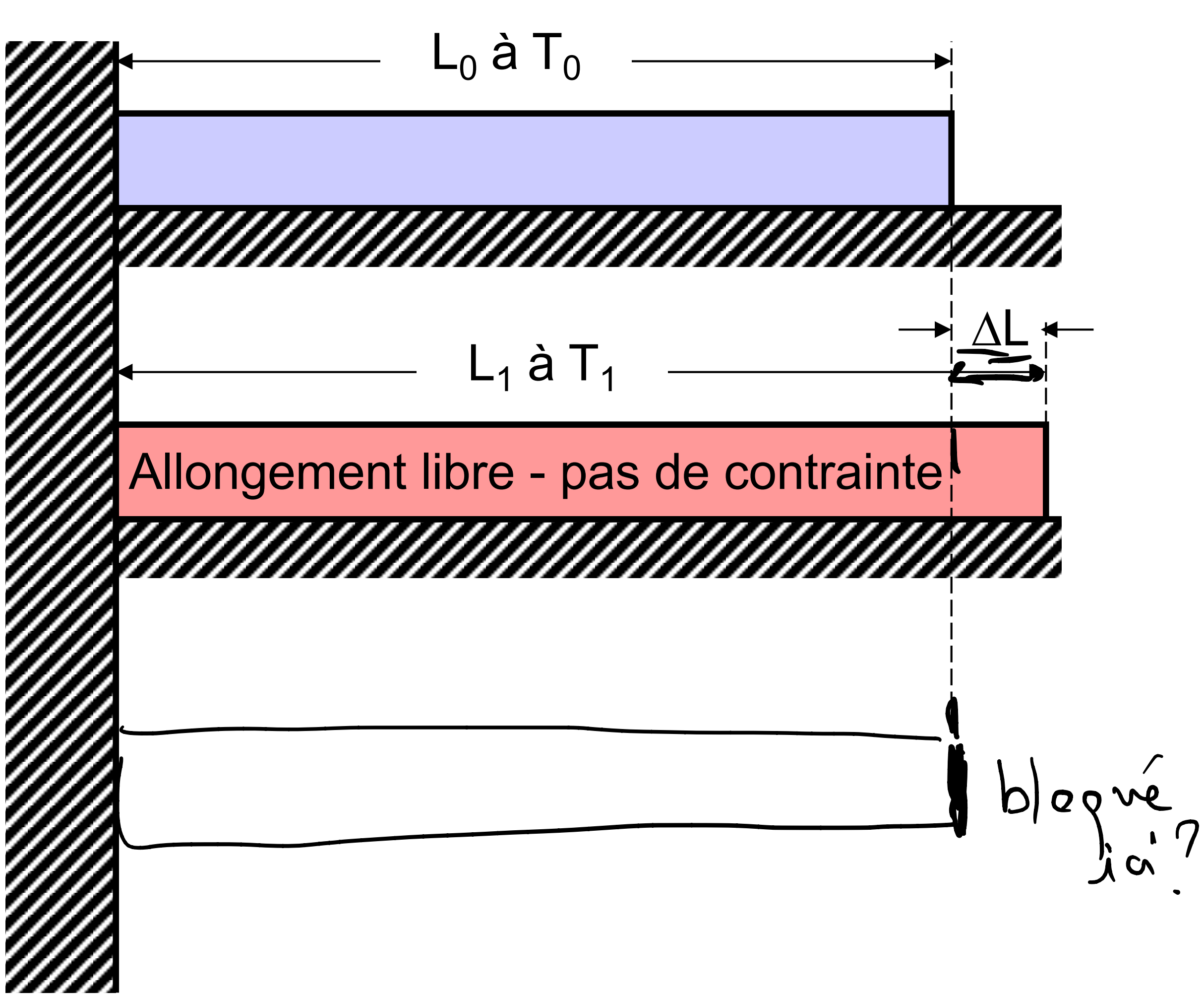
$$\rho(T_1) = \rho(T_0)\,[1 - \beta(T_1 - T_0)]$$

Ceci est vrai aussi pour les liquides. Les gradients de température comme ceux de composition sont donc source de **convection naturelle** et de **ségrégation** dans les liquides lors de l'élaboration des matériaux.

http://www.physicscentral.com/explore/pictures/cup.cfm

Contraintes thermo-mécaniques

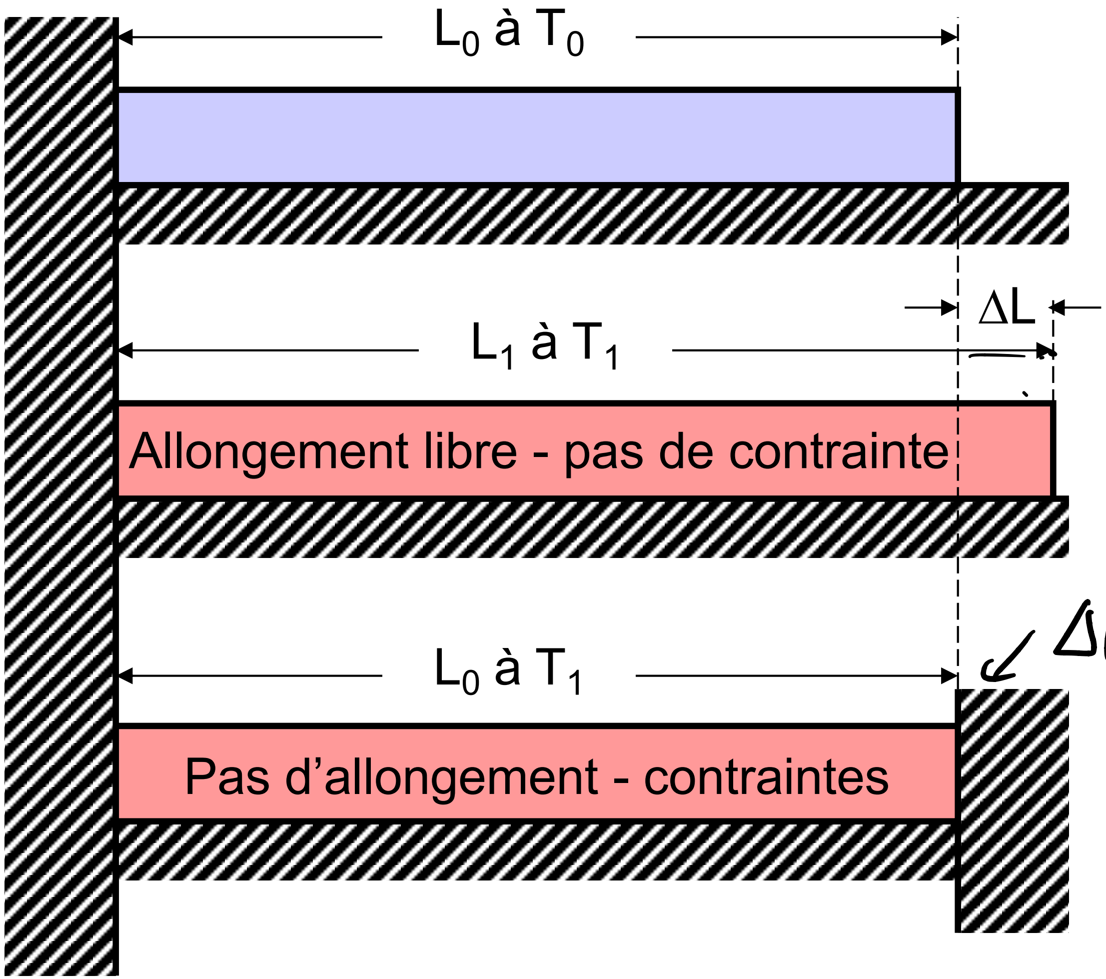
L’expansion thermique engendre des **déformations** et des **contraintes thermo-mécaniques** dans les solides. Considérons un cas à une seule dimension.



$$L_1 = L_0 + \Delta L$$
$$= L_0 + L_0 \alpha (T_1 - T_0)$$
$$= L_0 \left(1 + \alpha (T_1 - T_0) \right)$$
$$\varepsilon_{Th} = \frac{\Delta L}{L_0} = \alpha (T_1 - T_0)$$

Contraintes thermo-mécaniques

L'expansion thermique engendre des **déformations** et des **contraintes thermo-mécaniques** dans les solides. Considérons un cas à une seule dimension.



$\Delta L = 0$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = 0 = \varepsilon_{Th\,xx} + \varepsilon^{el.}_{xx}$$

$$\varepsilon^{el}_{xx} = -\varepsilon_{Th\,xx}$$

$$\varepsilon^{el}_{xx} = -\alpha(T_1 - T_0)$$

$$\sigma_{xx} = E\,\varepsilon_{xx}$$

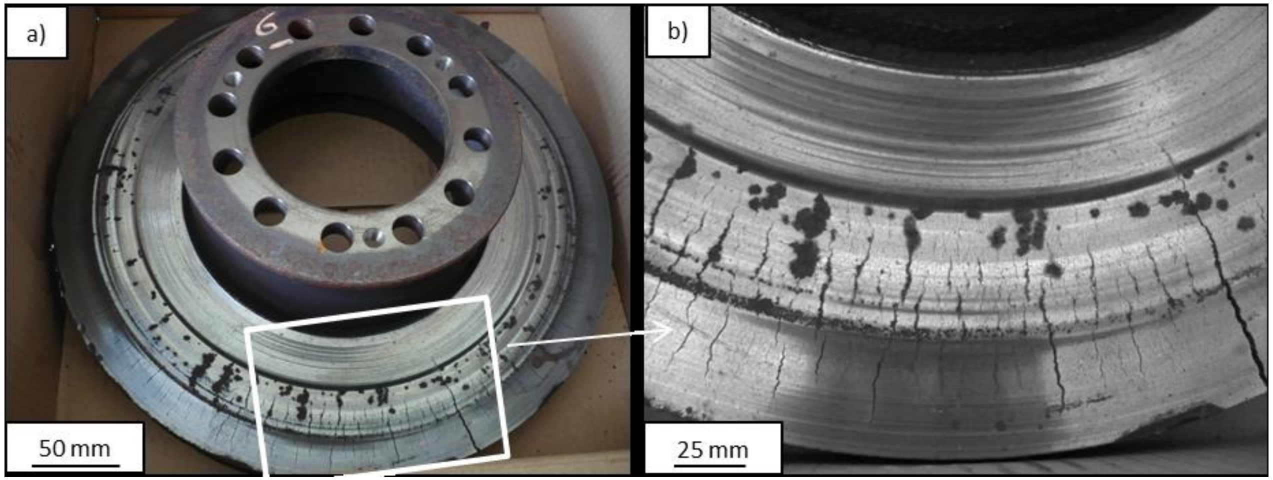
$$\sigma_{xx} = -E\alpha\,(T_1 - T_0)$$

Contrainte thermomécanique

Fatigue thermique

Lors de changements de température cycliques, si un matériau est empêché de se dilater, par exemple si il est bloqué entre deux parois, ou fixé sur un autre matériau qui se dilate différemment, on peut avoir des contraintes, donc de la fatigue thermique.

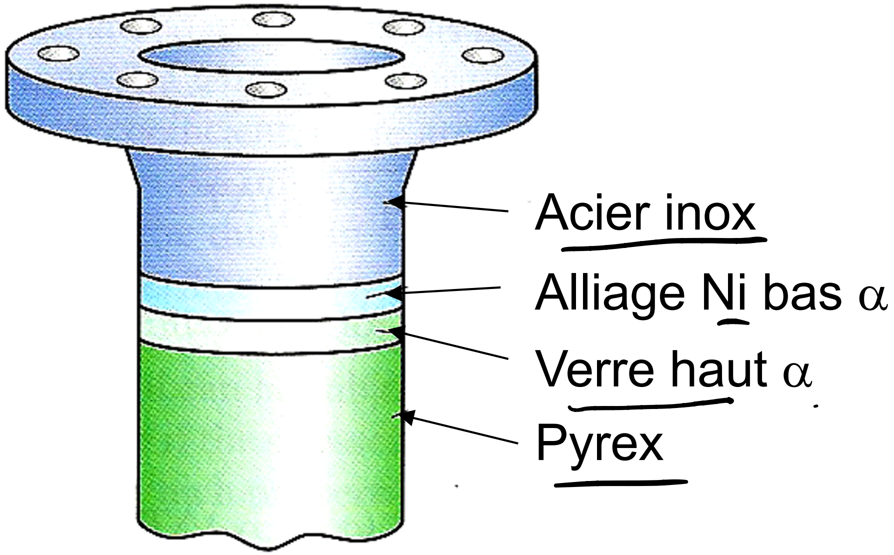
Ex: fissure tranverse sur une route



Ex: disque de frein de poids lours (source: CTIF)

Contraintes thermo-mécaniques

En regardant les valeurs données pour α dans la carte d'Ashby, pourquoi fait-on un joint avec des **matériaux différents**?



Approche alternative, laisser un espace (viaduc Chillon) ou insérer un joint caoutchouc (fenêtres de voiture)

Contraintes thermomécaniques

Conséquences pratiques

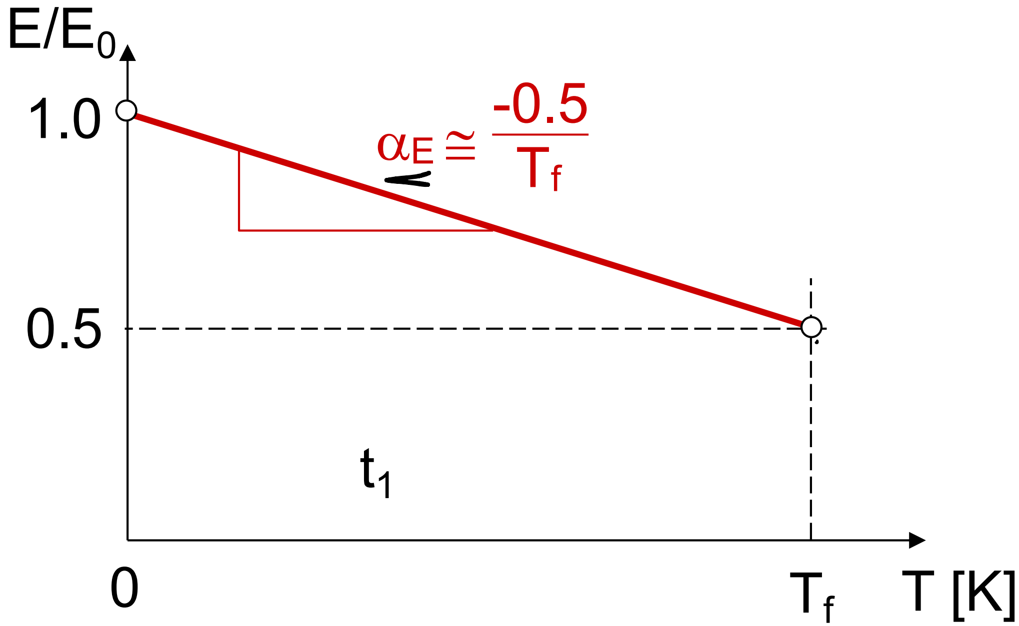
Coupe circuit thermique par bilame

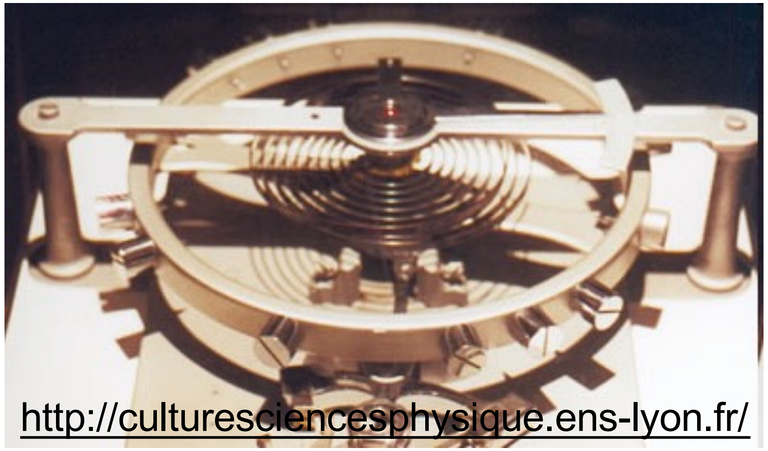
Influence de la température sur les propriétés

La température modifie non seulement la densité, mais aussi toutes **les propriétés mécaniques** comme le module d'élasticité.

$$E(T) = E_0\left[1+\alpha_E(T - T_0)\right]$$

coefficient de température



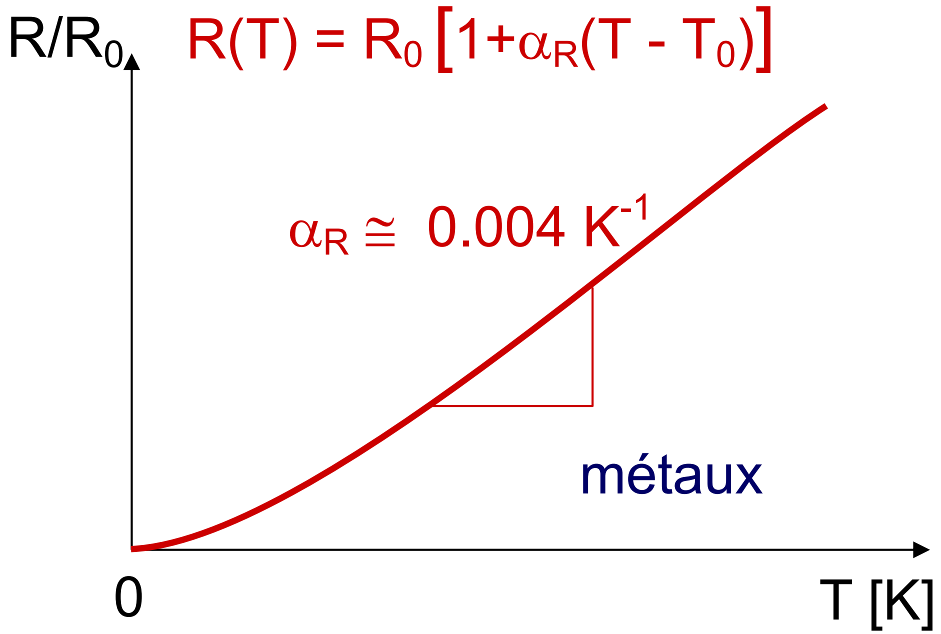


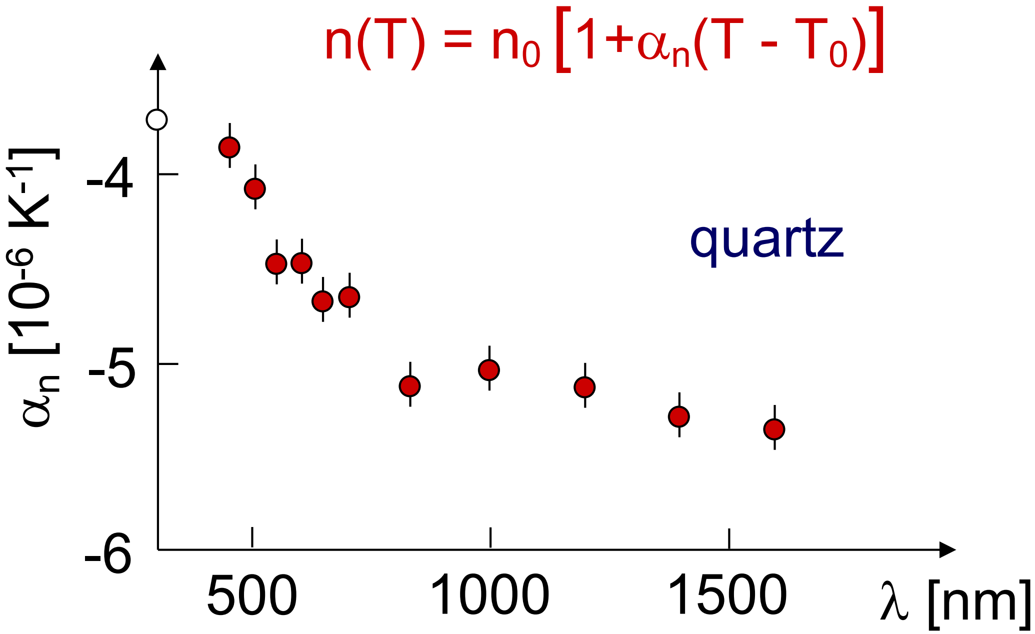
http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/

Exceptionnellement, certains matériaux comme des alliages (Nb,Zr) peuvent avoir un coefficient E qui augmente avec la température au voisinage de la température ambiante. Ceci permet de compenser par exemple leur allongement pour garder la fréquence approximativement fixe d'une montre mécanique.

Influence de la température sur les propriétés

La température modifie également **de nombreuses propriétés physiques** comme la résistivité électrique ou l'indice de réfraction.





J. Phys. D: Appl. Phys.,**16** (1983) L97-L100.

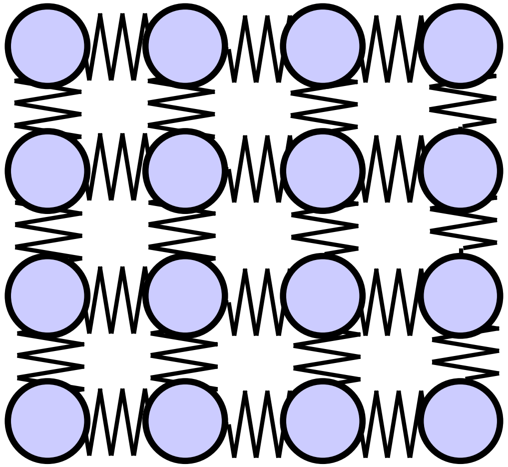
La dépendance en température peut ne pas être linéaire (par ex. proche de 0 K pour R) ou peut dépendre d'autres paramètres (par ex. longueur d'onde pour n).

Rappel: Chaleur spécifique

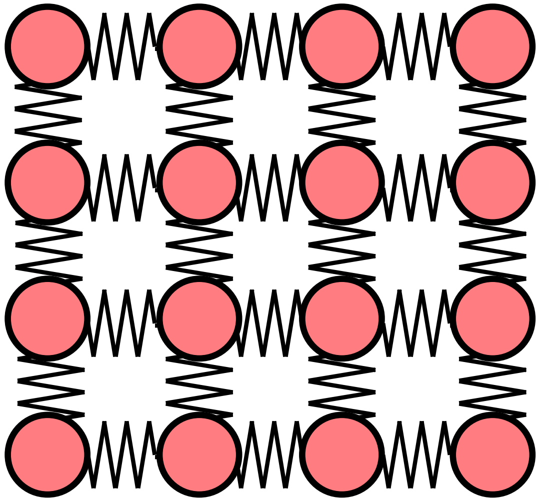
La **chaleur spécifique** (à pression constante) c_p est la quantité d'énergie ΔH qu'il faut apporter à un corps de masse unité pour augmenter sa température de $\Delta T = 1°\ C$.

$$\boxed{c_p = \frac{1}{m}\frac{dH}{dT} \quad [JK^{-1}kg^{-1}]}$$

A la température du 0 absolu (0 K ou -273.16° C), les atomes ne vibrent pas.

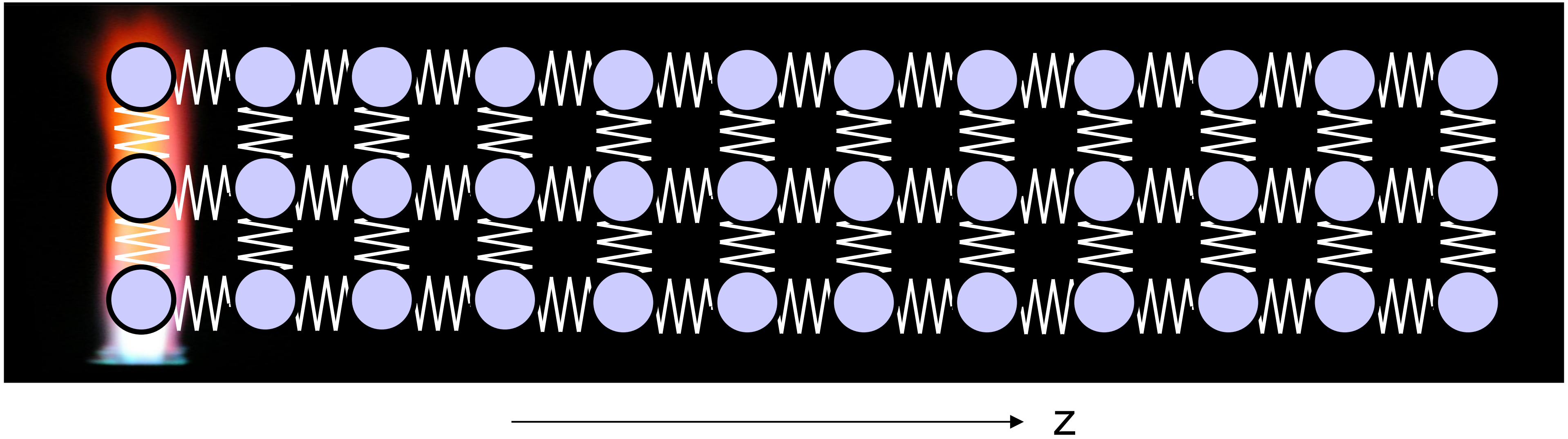


En fournissant de l'énergie au système, la vibration des atomes augmente, et donc la température.



Diffusion thermique

Jusqu'ici, nous avons supposé que le matériau avait une température uniforme. Que se passe-t-il lorsque ce n'est plus le cas?



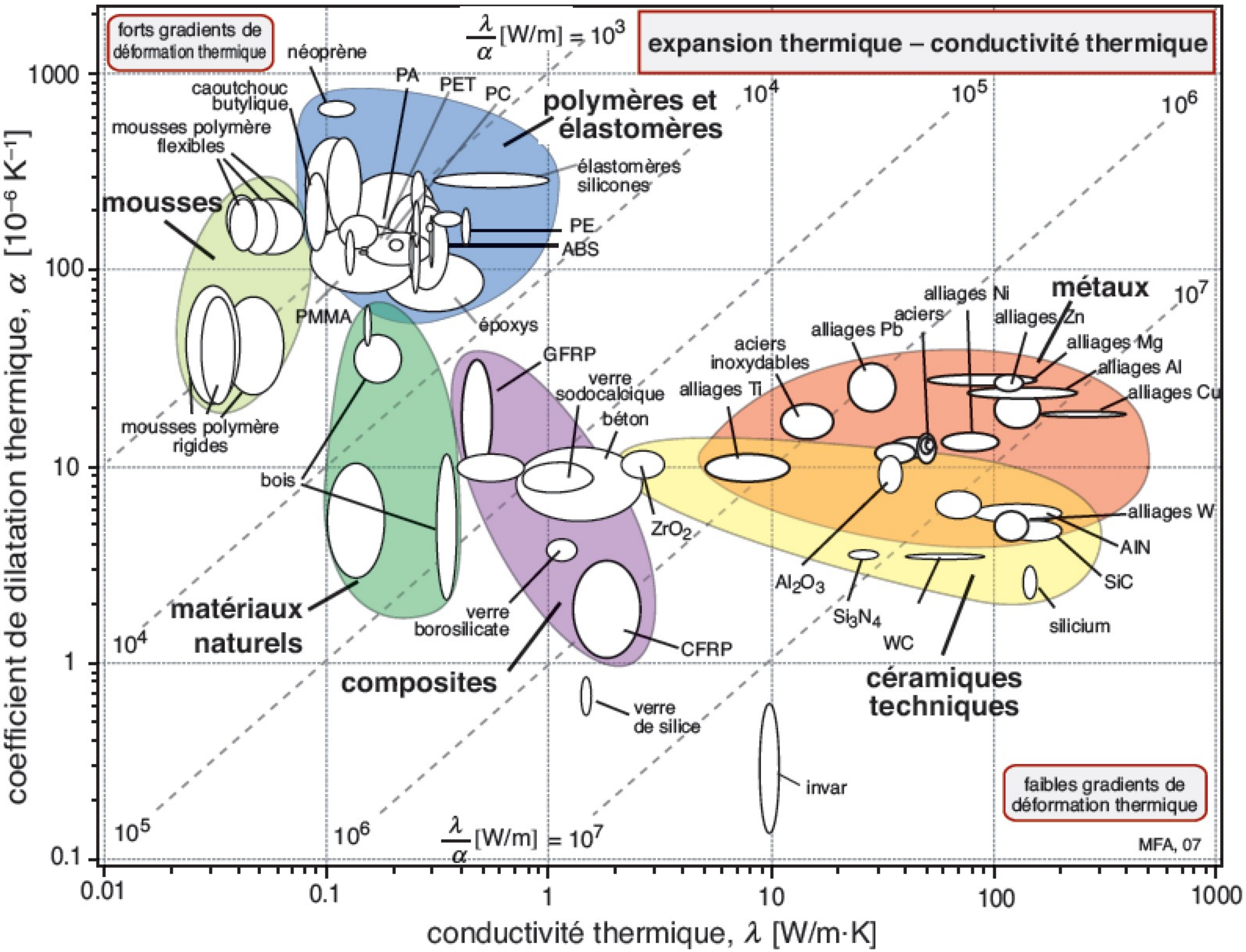
L'excitation des atomes (molécules) est transmise de voisins en voisins: il y a propagation ou **diffusion de la chaleur**. En plus de ce mode de propagation, les métaux transmettent aussi la chaleur grâce aux e^- qui baignent les ions.

La densité de **flux thermique j_T** (ici de gauche à droite, en W/m^2) obéit à la relation:

$$\boxed{j_T = -k \frac{dT}{dz} \quad [W\ m^{-2}]}$$

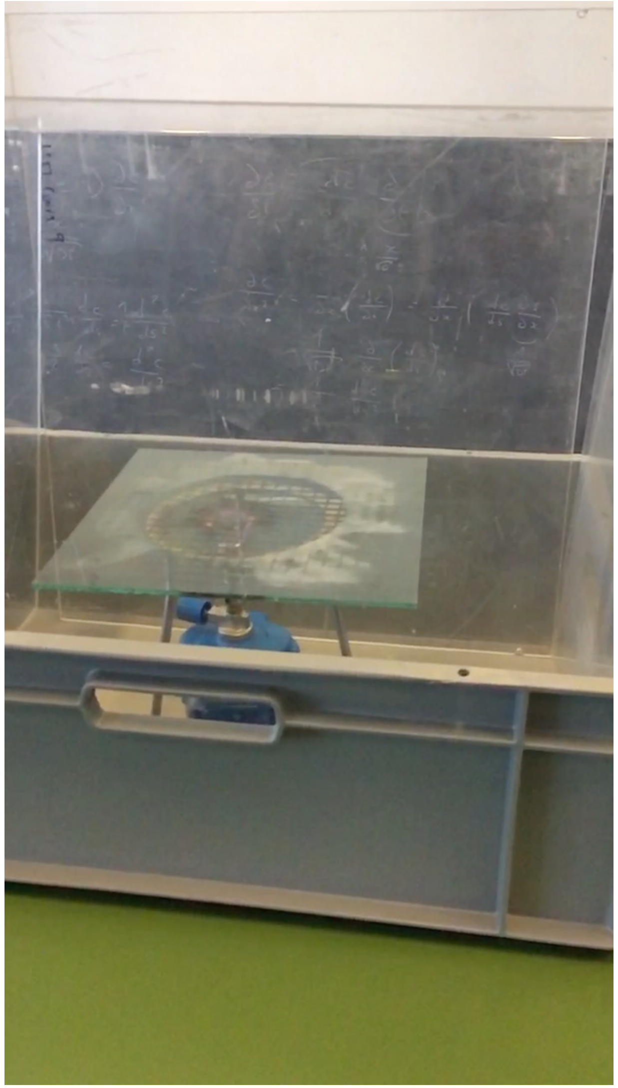
où k (parfois désigné par λ, en anglais) est la **conductivité thermique** (ou conductibilité thermique) du matériau $[Wm^{-1}K^{-1}]$

Expansion et conductivité thermique



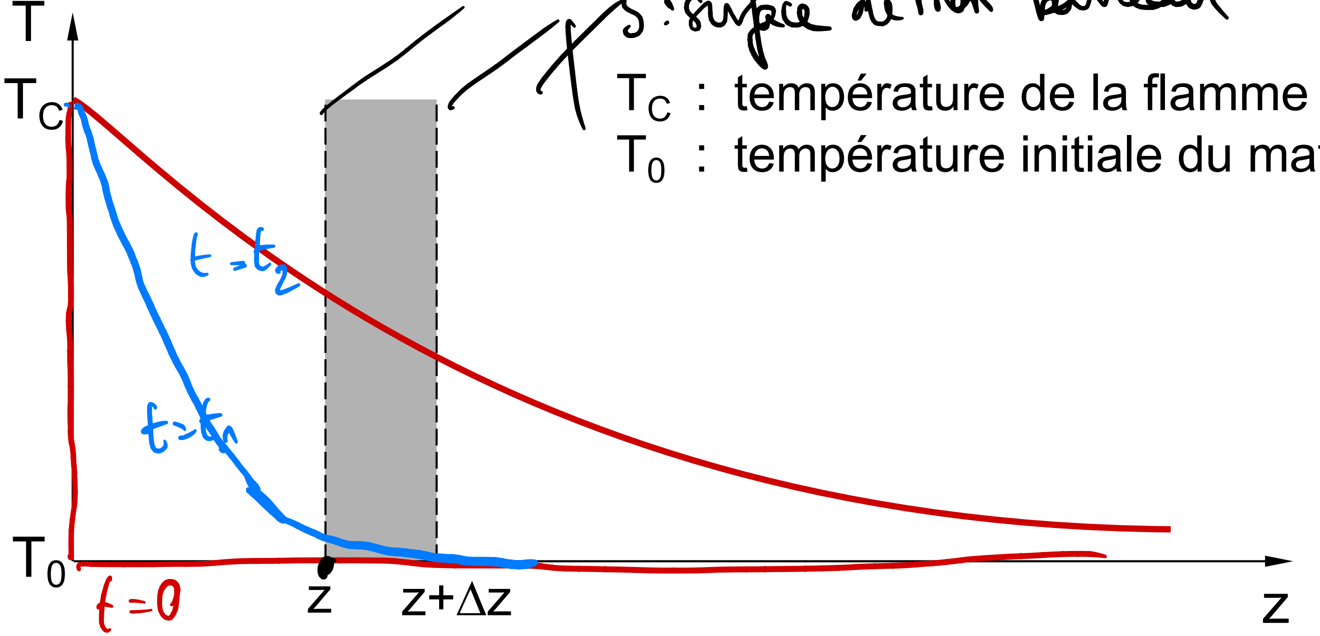
Diffusion de la chaleur

- Chauffage d'une plaque (vitrocéramique versus verre)



Diffusion thermique-
cas de la propagation de chaleur

Si on reprend le cas de la flamme qui chauffe à un point, le profil de température T(z) à un instant donné t a l'allure:



S : surface de mon barreau

T_C : température de la flamme
T_0 : température initiale du matériau

pendant Δt

→ énergie entre en z
→ flux $J(z) \times S$

→ énergie sort en $z + \delta z$
→ flux $J(z+\Delta z) \times S$

→ energie accumulée $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ en Δt

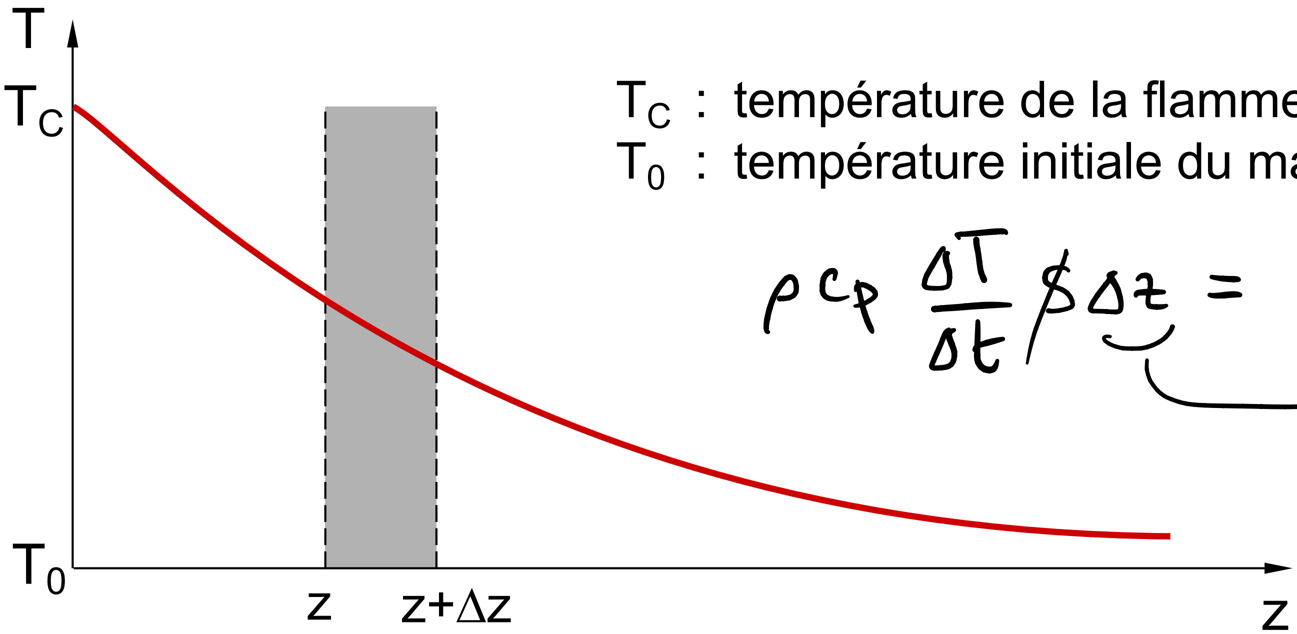
hypothèse : système isolé

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} + \left(J(z+\Delta z) - J(z)\right) S = 0$$

$$\Delta Q = \underbrace{\rho C_p}_{\text{pas de chgt phase}} \Delta T \times \underbrace{S \times \Delta z}_{\text{volume}}$$

Diffusion thermique-
cas de la propagation de chaleur

Si on reprend le cas de la flamme qui chauffe à un point, le profil de température T(z) à un instant donné t a l'allure:



T_C : température de la flamme
T_0 : température initiale du matériau

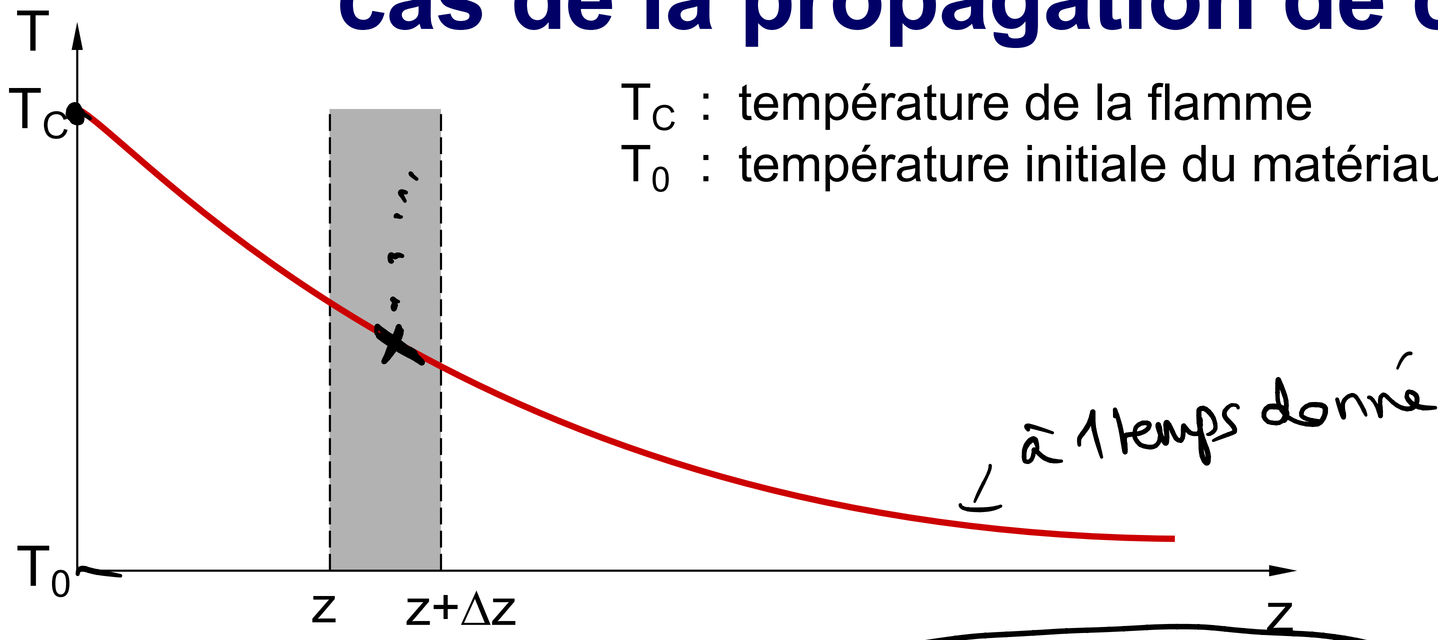
$$\rho c_p \frac{\Delta T}{\Delta t} \cancel{S} \Delta z = -\left(\underbrace{J((z+\Delta z))}_{W/m^2} - \underbrace{J(z)}_{W/m^2} \right) \cancel{S}_{m^2}$$

$$\rho c_p \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{\left(J(z+\Delta z) - J(z)\right)}{\Delta z} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{-1}{\rho c_p} \frac{dJ}{dz}$$

si Δz petit, Δt petit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = +\frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{car } J = -k \frac{dT}{dz}.$$

Diffusion thermique-
cas de la propagation de chaleur



T_C : température de la flamme
T_0 : température initiale du matériau

$$\frac{k}{\rho C_p} = a \ (m^2/s)$$

diffusivité thermique

loi Fourier : $\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_p} \frac{d^2 T}{d z^2}}$

Conditions limites

à $t = 0$,

$T(\underset{z}{0}) = T_C$

$\underline{T(z) = T_0}$

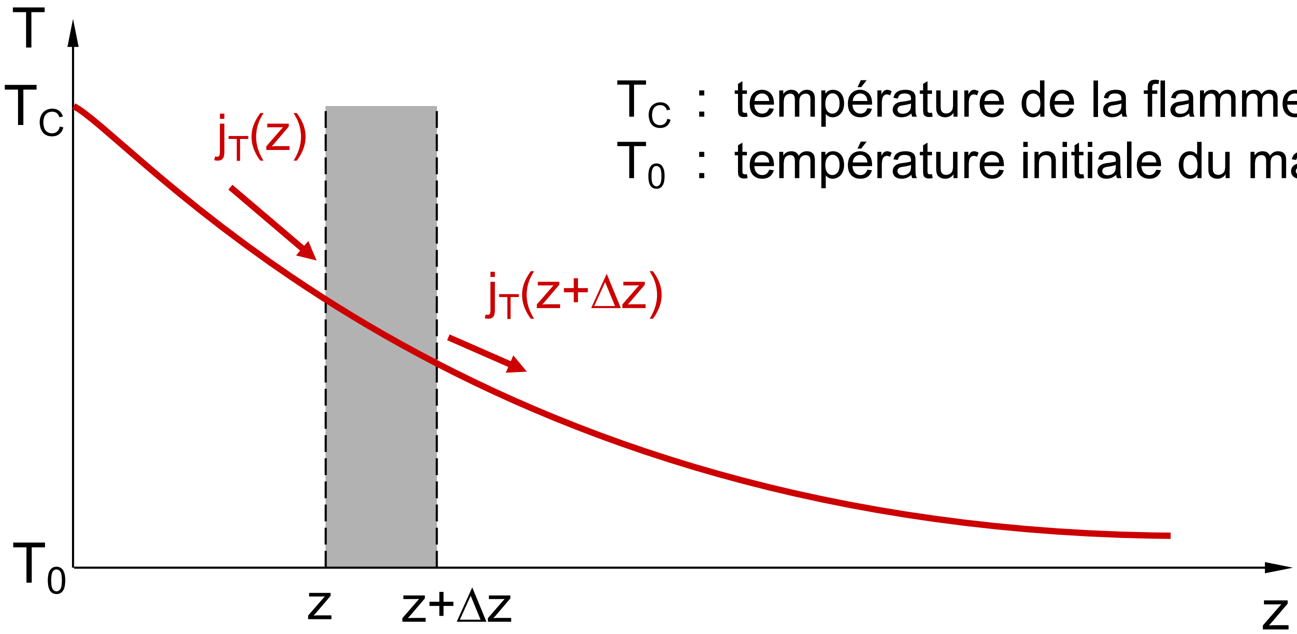
$T(z, t)$ si z fixé, $T(t)$

si t fixé $T(z)$

Cours No 11.2

Diffusion thermique- propagation de la chaleur

Ainsi, le profil de température T(z) à un instant donné t a l'allure:



T_C : température de la flamme
T_0 : température initiale du matériau

Pour une section du matériau S, d'épaisseur Δz, la différence entre flux de chaleur entrant et sortant fait varier son énergie (enthalpie) H:

$$-\big(j_T(z+\Delta z) - j_T(z)\big)S = \frac{dH}{dt}$$

avec $H = h\,\rho(S\Delta z)$

$$\boxed{\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_T}{\partial z} = k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}$$

sans transformations de phases

Diffusion thermique

En divisant par ρc_p, on obtient ainsi **l'équation de la chaleur**:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{d^2 T}{d z^2}$$

où $a = \dfrac{k}{\rho c_p}$ est la **diffusivité thermique** du matériau [$m^2 s^{-1}$]

$$T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} z$$

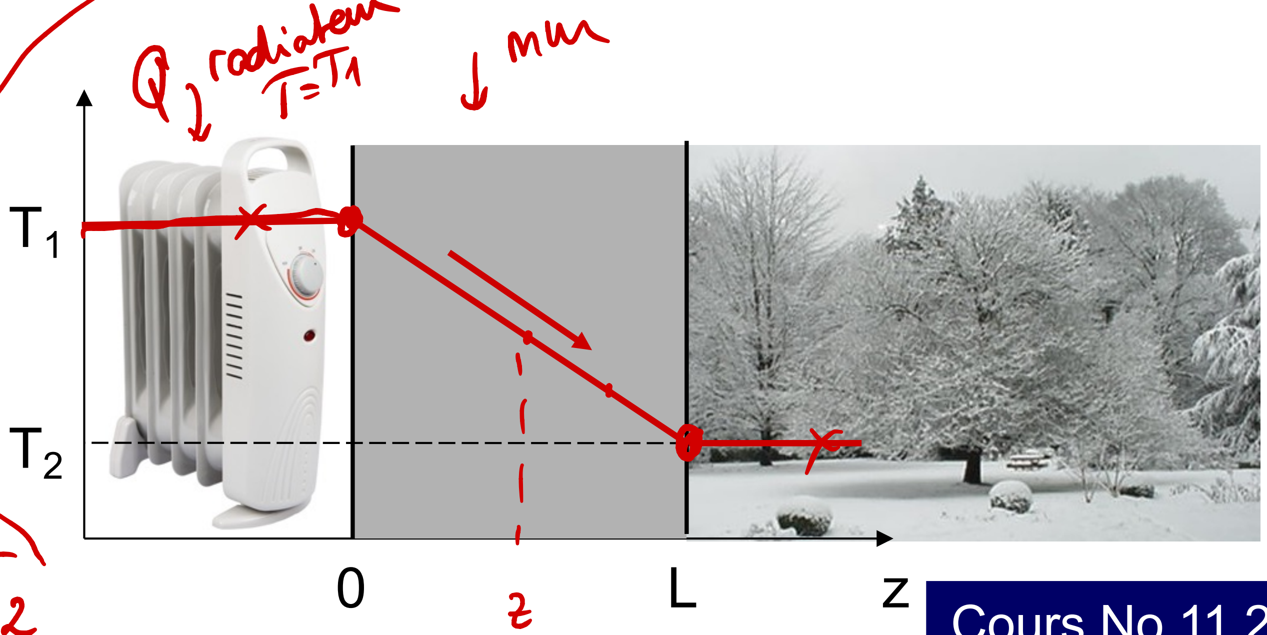
Solution stationnaire:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{d^2 T}{d z^2} = 0$$

$$\frac{dT}{dz} = \text{cste}$$

$$T = T_1 + \beta z$$

à $z = 0$ $T = T_1$ et à $z = L$, $T = T_2$



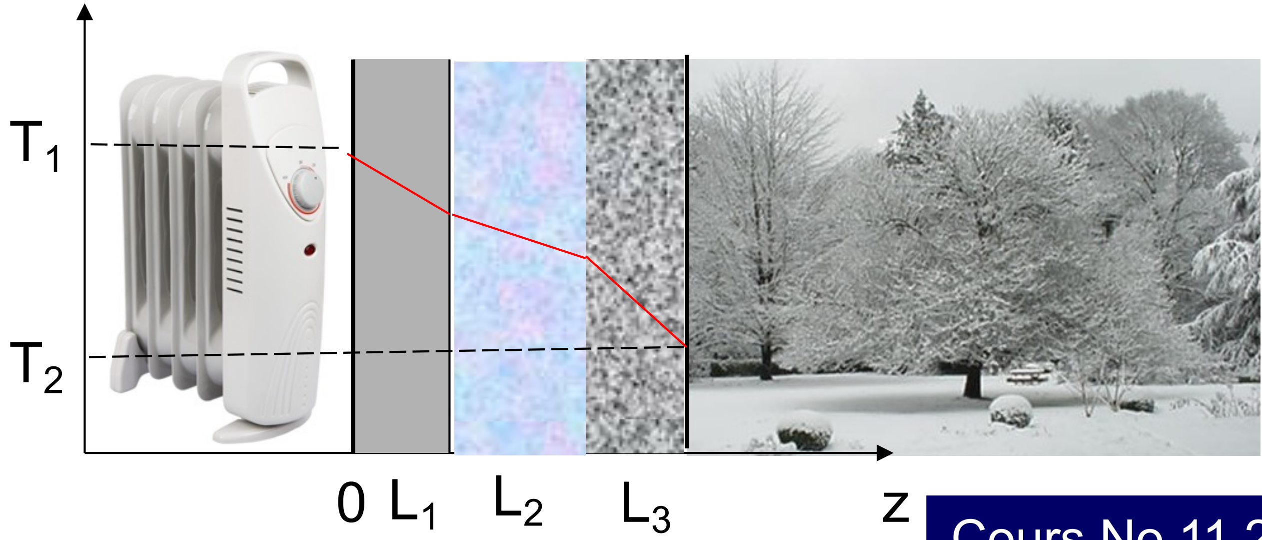
Solution stationnaire

Analogie avec **les résistances électriques, le flux thermique** $\dot{Q}$ sur une surface A est tel que:

$$\dot{Q} = A.j_T = \frac{k\,A}{L}.\Delta T = \frac{1}{R_T}.\Delta T$$

R_T est une résistance thermique, telle que $\Delta T = R_T\,\dot{Q}$ et les résistances s'ajoutent quand on a un mur en série:

$$\Delta T = (R_{T1} + R_{T2} + R_{T3})\,\dot{Q} = \left(\frac{L_1}{A\,k_1} + \frac{L_2}{A\,k_2} + \frac{L_3}{A\,k_3}\right)\dot{Q}$$

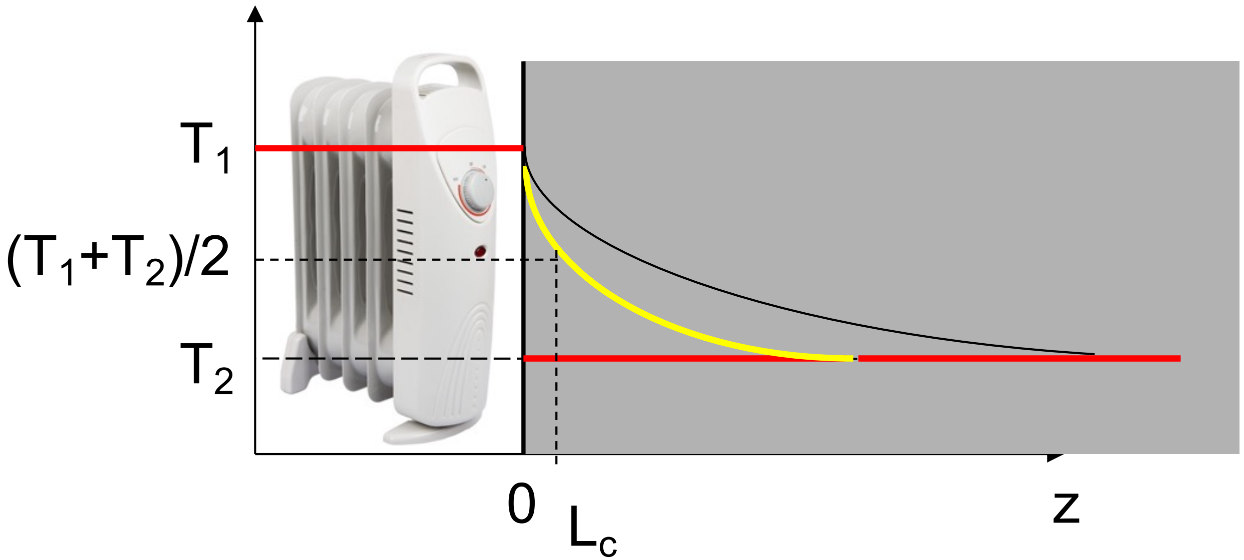


Diffusion thermique

Solution non stationnaire: il faut résoudre l'équation suivante, pour trouver T(z,t), en connaissant la condition aux limites.

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = a\,\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}$$

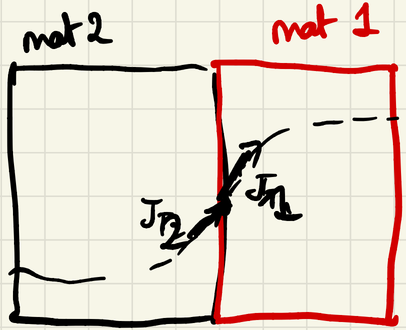
par exemple à t=0, $T(z, 0) = T_2$ pour z>0, et $T(0,0)=T_1$

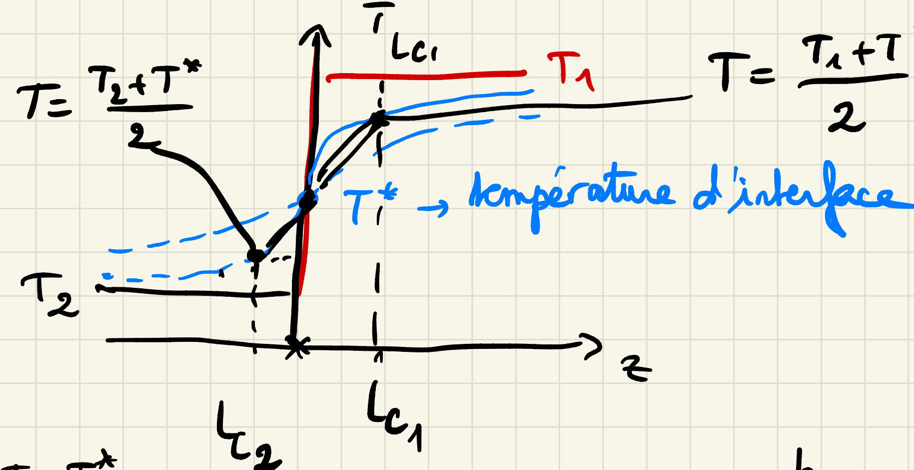


Analyse préliminaire sans résoudre les équations:

A t donné, la position L_c, telle que $T(L_c)=(T_1+T_2)/2$, est alors donnée par:

$$L_c = \sqrt{at}$$





à t donné

L_{c_1} tel que $T(L_{c_1}) = \frac{T_1+T^*}{2}$ → $L_{c_1} = \sqrt{a_1 t}$ où $a_1 = \frac{k_1}{(\rho c_p)_1}$

L_{c_2} tel que $T(L_{c_2}) = \frac{T_2+T^*}{2}$ → $L_{c_2} = \sqrt{a_2 t}$ où $a_2 = \frac{k_2}{(\rho c_p)_2}$

$J_1 = J_2$ à l'interface $\quad -k_1 \left.\frac{dT}{dz}\right|_1 = -k_2 \left.\frac{dT}{dz}\right|_2$ → on dit que $\frac{dT}{dz} = \frac{\Delta T}{\Delta z}$

$$-k_1 \frac{\left(\frac{T_1+T^*}{2} - \frac{2T^*}{2}\right)}{L_{c_1}} = -k_2 \frac{\left(\frac{2T^*}{2} - \frac{T_2+T^*}{2}\right)}{L_{c_2}}$$

$$\frac{k_1}{\sqrt{a_1}\cancel{\sqrt{t}}}\left[\frac{T_1-T^*}{\cancel{x}}\right] = \frac{k_2}{\sqrt{a_2}\cancel{\sqrt{t}}}\left[\frac{T^*-T_2}{\cancel{x}}\right]$$

$$\frac{k_1}{\sqrt{a_1}}\left(T_1-\underline{T}^*\right) = \frac{k_2}{\sqrt{a_2}}\left(\underline{T}^*-T_2\right)$$

$\vdots$

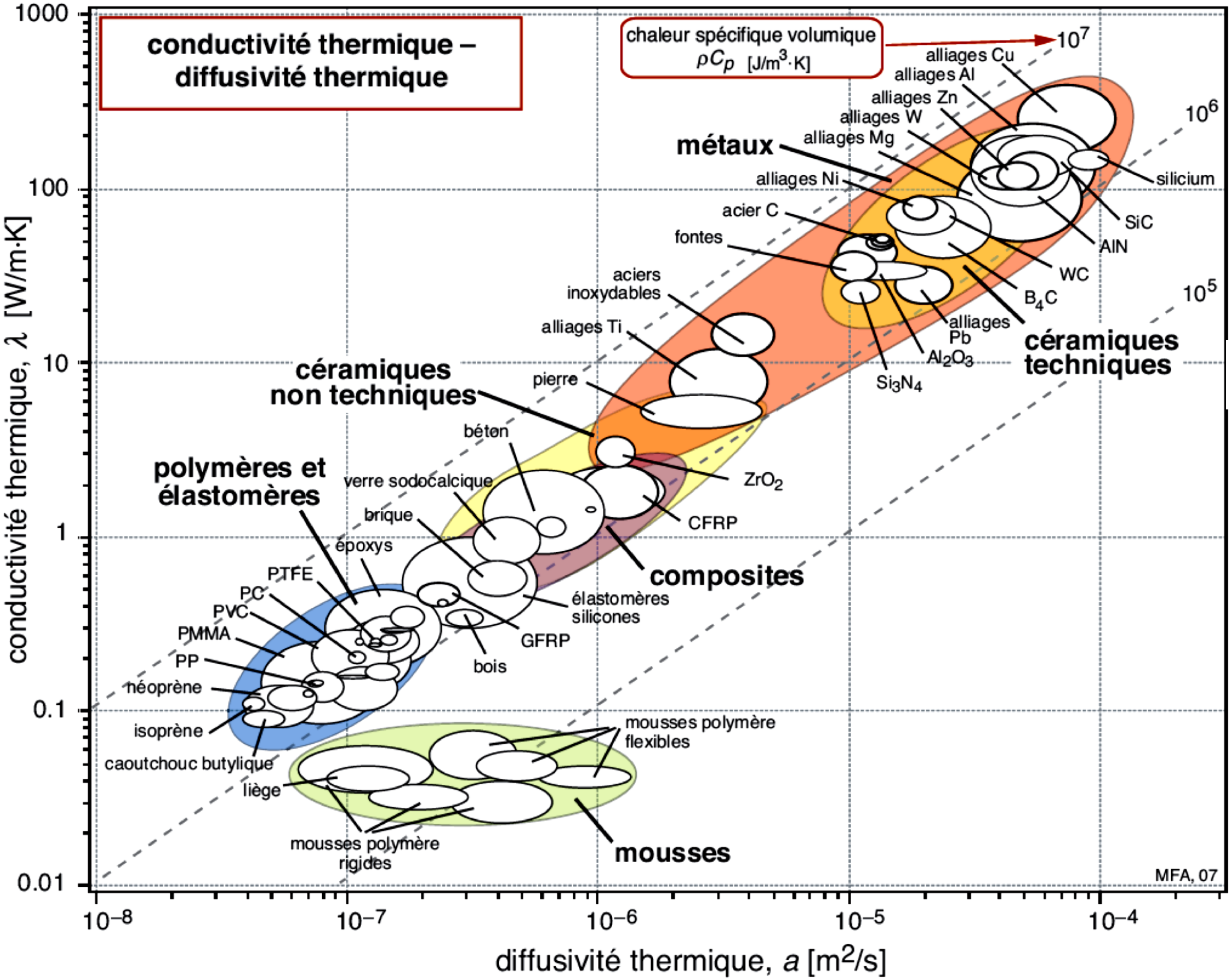
$$T^* = \frac{\sqrt{k_2\rho c_{p2}}\,T_2 + \sqrt{k_1\rho c_{p1}}\,T_1}{\sqrt{k_2\rho c_{p2}} + \sqrt{k_1\rho c_{p1}}} = \frac{e_1T_1+e_2T_2}{e_1+e_2}$$

$e_1 = \sqrt{k_1\rho c_{p1}}$ effusivité e

$e_2 = \sqrt{k_2\rho c_{p2}}$

Diffusion thermique

Dans les cartes d'Ashby reliant conductibilité et diffusivité thermique, tous les matériaux sont compris dans une bande de pente 1.



k = 2000 W m^{-1} K^{-1}

Diffusion thermique

Pourquoi dans un sauna à 90° C on ne se brûle pas les pieds, alors qu'une théière en argent à cette température n'est pas touchable?

Bois

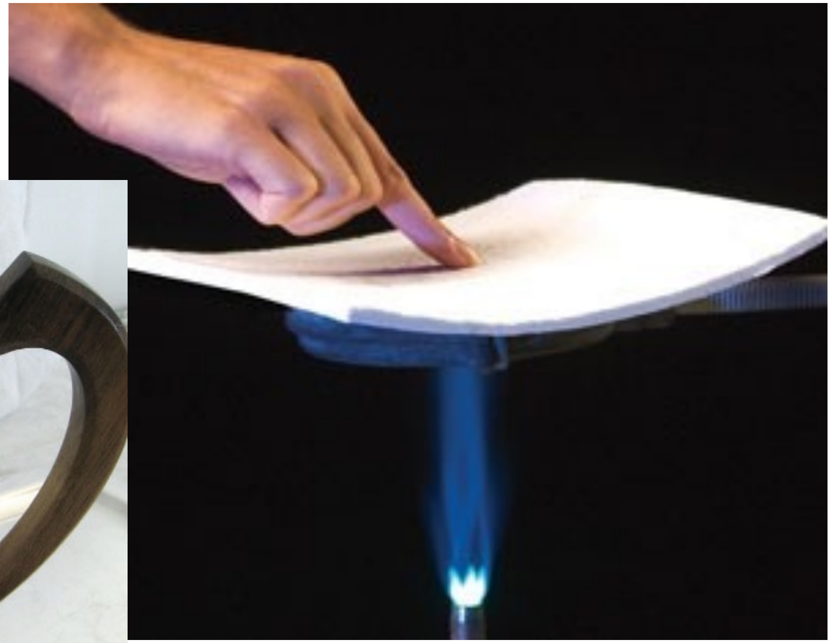
$k = 0.15\ \mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$

$\rho c_p = 0.5\times10^{6}\ \mathrm{Jm^{-3}K^{-1}}$

Argent

$k = 418\ \mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$

$\rho c_p = 2.4\times10^{6}\ \mathrm{Jm^{-3}K^{-1}}$



Aérogel

$k = 0.012\ \mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$

$\rho c_p = 1.6\times10^{3}\ \mathrm{Jm^{-3}K^{-1}}$

Aerogel

- Si je maintiens la flamme a 800° C, en combien de temps la température au milieu de la plaque sera environ 400° C? (épaisseur du matériau: 10mm)

Aérogel

$k = 0.012\ Wm^{-1}K^{-1}$

$\rho c_p = 1.6\times10^{3}\ Jm^{-3}K^{-1}$

A- environ 5 minutes

B- environ 1heure

C- environ 10 secondes

D- je ne sais pas à priori mais je sais quel calcul faire…

Aerogel

- Si je maintiens la flamme a 800° C, en combien de temps la température au milieu de la plaque sera environ 400° C? (épaisseur du matériau: 10mm)

Aérogel

$k \quad = \quad 0.012\ Wm^{-1}K^{-1}$

$\rho c_p \quad = \quad 1.6 \times 10^3\ Jm^{-3}K^{-1}$

Réponse D:
A t donné, la position L_c, telle que $T(L_c)=(T_1+T_2)/2$, est alors donnée par:

$$L_c = \sqrt{at}$$

Donc $t=(L_c)^2/a$, avec $a=k/\rho c_p = 7.5\ 10^{-6}\ m^2/s$, et $L_c=5mm$, on trouve t=333 secondes, donc environ 5 minutes.

Résumé

- La température d'un matériau reflète l'état vibratoire de ses atomes et molécules. Elle affecte ses dimensions et la plupart de ses propriétés mécaniques et physiques.
- L'expansion thermique d'un matériau est source de convection naturelle dans un liquide (ou gaz) et de contraintes-déformations dans le solide.
- Conductibilité thermique et diffusivité thermique caractérisent la propagation (diffusion) de la chaleur dans un matériau.

A retenir du cours d'aujourd'hui

- *Bien connaître les définitions de coefficient d'expansion thermique (ou coefficient de dilatation thermique), capacité calorifique, conductivité thermique, diffusivité thermique.*
- *Savoir calculer la contrainte thermomécanique dans des cas simples.*
- *Connaître l'équation de la chaleur, ce qu'est un flux thermique, et comment la résoudre dans des cas très simples: état stationnaire (ne dépend pas du temps), et état transitoire par la méthode simplifiée des longueurs critiques.*